Valeurs propres et vecteurs propres

Définition

Soit $A \in M_{n\times n}$. Alors

- n scalaire $\lambda \in \mathbb{R}$ est une **valeur propre** de A et
- un vecteur $\vec{v} \in \mathbb{R}^n$, $\vec{v} \neq 0$ est un **vecteur propre de A (associé àλ)** si

$$A\vec{v} = \lambda\vec{v} \quad \Leftrightarrow \quad (A - \lambda I_n)\vec{v} = \vec{0}.$$

L'**espace propre associé à** λ est l'ensemble

$$E_\lambda \overset{\text{def}}{=} \mathrm{Ker}(A - \lambda I_n) = \{\text{vecteurs propres de } A\} \cup \{\vec{0}\}.$$

Théorème

Les valeurs propres de A sont les racines du **polynôme caractéristique**

$$P_A(\lambda) \overset{\text{def}}{=} \det(A - \lambda I_n).$$